**О. А. Монахова (Пенза)**

# О НЕКОТОРЫХ ЛИФТАХ НА ТЕНЗОРНОМ РАССЛОЕНИИ ТИПА $(0,2)$

В работе рассматриваются вертикальные лифты тензорных полей типа $(0,2)$, полные и горизонтальные лифты векторных полей, найдены их компоненты относительно натурального репера на расслоении, доказан ряд тождеств.

Пусть $M_n$ — гладкое многообразие, $T_2^0(M_n)$ — расслоенное пространство тензоров типа $(0,2)$. Локальная карта $(U, x^i)$ на базе индуцирует локальную карту на расслоении $(\pi^{-1}(U), x^i, x_{jk})$, где $\pi : T_2^0(M_n) \to M_n$ есть проекция расслоения, $\pi(x^i, x_{jk}) = (x^i)$ $(i, j, k = 1, \ldots, n)$. На базе $M_n$ относительно локальных координат $(x^i)$ имеем поле натурального репера $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x^i}$ и дуального ему корепера $dx^j$. Тогда локально векторное поле $X$ записывается в виде $X = X^i\partial_i$, а тензорное поле $Q$ типа $(0,2)$ в виде $Q = Q_{jk}dx^j \otimes dx^k$. На расслоении поле натурального репера определяют векторы: $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x^i}$, $\partial^{jk} = \frac{\partial}{\partial x_{jk}}$. Найдены разложение вертикального лифта тензорного поля $Q$ типа $(0,2)$ по натуральному реперу на $T_2^0(M_n)$: $Q^V = Q_{ij}\partial^{ij}$ и компоненты полного лифта векторного поля $X = X^i\partial_i$, заданного на базе $M_n$:

$$X^C = X^k\partial_k + (-\partial_i X^m x_{mj} - \partial_j X^m x_{im})\partial^{ij}.$$

Если на базе $M_n$ задана аффинная связность $\nabla$, то можно получить компоненты горизонтального лифта векторного поля $X$:

$$X^H = X^k\partial_k + X^s(\Gamma_{si}^m x_{mj} + \Gamma_{sj}^h x_{ih})\partial^{ij}.$$

Вычислены следующие коммутаторы ($X$ — векторное поле, $Q$, $W$ — тензоры типа (0,2) на $M_n$):

$[Q^V, W^V] = 0,$

$[X^H, Q^V] = (X^k\partial_k Q_{pq} - X^s(\Gamma_{sp}^m Q_{mq} + \Gamma_{sq}^h Q_{ph}))\partial^{pq},$

$[X^C, Q^V] = (X^k\partial_k Q_{pq} + Q_{mq}\partial_p X^m + Q_{ph}\partial_q X^h)\partial^{pq}.$

Доказаны тождества:

$[X^H, Q^V] = (\nabla_X Q)^V$, где $\nabla_X Q$ — ковариантная производная тензорного поля $Q$ типа $(0,2)$ в направлении векторного поля $X$.

$[X^C, Q^V] = (L_X Q)^V$, где $L_X Q$ — производная Ли тензорного поля $Q$ типа $(0,2)$ в направлении векторного поля $X$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Yano K., Ishihara S. *Tangent and cotangent bundles. Differential geometry.* – New York, 1973.

**Н. А. Москалев, Ф. Г. Мухлисов (Казань)**

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ МЕТОДОМ ГРИНОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

В конечной области $D_i$ евклидова пространства $E_p$, ограниченной гиперповерхностью Ляпунова $\Gamma$; $D_e = E_p \setminus D_i$, рассматривается задача дифракции об отыскании решений уравнений

$$\Delta U_j + \lambda_j^2 U_j = 0 \qquad (j = 1, 2)$$

соответственно в областях $D_i$ и $D_e$, удовлетворяющих на границе $\Gamma$ условиям сопряжения

$$U_1^+ - U_2^- = f_1,$$

$$\frac{1}{\alpha_1}\frac{\partial U_1^+}{\partial n_z} - \frac{1}{\alpha_2}\frac{\partial U_2^-}{\partial n_z} = \varphi_1,$$

а на бесконечности $U_2$ удовлетворяет условиям излучения Зоммерфельда

$$\int\limits_{S_R} |U_2|^2 dS_R = O(1),$$

$$\int\limits_{S_R} \left|\frac{\partial U_2}{\partial r} - i\lambda_2 U_2\right|^2 dS_R = o(1).$$

Известно [1], если $\lambda_1^2$ не является собственным значением Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа, то внутренние и внешние задачи Дирихле и Неймана для уравнения Гельмгольца однозначно разрешимы. Поэтому при этом условии для этих задач существуют функции Грина. Пусть $G_1(x,\xi)$ и $G_2(x,\xi)$ — функции Грина соответственно внутренней и внешней задач Дирихле, а $N_1(x,\xi)$ и $N_2(x,\xi)$ — функции Грина внутренней и внешней